**АНАЛИТИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ**

**ПО МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень) ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЕГЭ-2017**

**Назначение контрольных измерительных материалов**

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) представляет собой форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы среднего общего образования, с использованием заданий стандартизированной формы (контрольных измерительных материалов).

ЕГЭ проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». Контрольные измерительные материалы (КИМ) позволяют установить уровень освоения выпускниками Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

В 2017 году, как и ранее, выделены два направления в требованиях к результатам математического образования, ориентированные на различные образовательные запросы обучающихся. Экзамен по математике проходил на двух уровнях требований (базовый и профильный). Участник экзамена имел право самостоятельно выбрать любой из уровней, либо оба уровня в зависимости от своих образовательных запросов, а также перспектив продолжения образования. Для поступления в высшие учебные заведения на специальности, где математика является одним из вступительных требований, абитуриент должен был выполнить экзаменационные требования на профильном уровне. Для получения аттестата о среднем полном образовании достаточно выполнения аттестационных требований на базовом уровне.

Для различных целевых групп ЕГЭ предлагает различные контрольные измерительные материалы, более точно отвечающие выбранному направлению образовательной траектории выпускника, уровню его подготовки.

ЕГЭ профильного уровня создан на основе экзаменационной модели государственного экзамена 2014 года и проверяет умение выполнять вычисления и преобразования, решать уравнения и неравенства, выполнять действия с функциями, с геометрическими фигурами, строить и исследовать математические модели. Результаты единого государственного экзамена по математике (профильный уровень) признаются общеобразовательными организациями, в которых реализуются образовательные программы среднего (полного) общего образования, как результаты государственной итоговой аттестации, а образовательными организациями высшего профессионального образования — как результаты вступительных испытаний по математике.

**Документы, определяющие содержание контрольных измерительных материалов**

Содержание экзаменационной работы определяется на основе Федерального компонента государственного стандарта основного общего и среднего (полного) общего образования (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении Федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

**Подходы к отбору содержания, разработке структуры контрольных измерительных материалов**

Представленная модель экзаменационной работы по математике (кодификаторы элементов содержания и требований для составления КИМ, демонстрационный вариант, система оценивания экзаменационной работы) сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий.

Выполнение заданий части 1 экзаменационной работы (задания 1–8) свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 работы включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика. В целях эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки абитуриентов задания части 2 работы проверяют знания на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике. Последние три задания части 2 предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

Сохранена успешно зарекомендовавшая себя в 2010–2016 гг. система оценивания заданий с развернутым ответом. Эта система, продолжившая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах:

1. возможны различные способы решения и записи развернутого решения. Главное требование — решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод решения, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочеты по сравнению с «эталонным» решением;
2. при решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Настоящая модель экзаменационной работы разработана в следующих предположениях:

1. варианты ЕГЭ формируются на основе и с использованием открытого банка заданий по математике,
2. допускается проведение экзамена, как по данной модели, так и по варианту КИМ базового уровня.

Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенных в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Министерством образования и науки РФ к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

**Структура контрольных измерительных материалов ЕГЭ**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий:

— часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

— часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–8 имеют базовый уровень; задания 9–17 — повышенный уровень; задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

В таблице 1 приведено распределение заданий экзаменационной работы по уровням сложности*.*

*Таблица 1*

*Распределение заданий по уровню сложности*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Уровень сложности заданий | Количество заданий | Максимальный  первичный балл | Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного уровня от максимального первичного балла за всю работу, равного 32 |
| Базовый | 8 | 8 | 25 % |
| Повышенный | 9 | 16 | 50 % |
| Высокий | 2 | 8 | 25 % |
| *Итого* | *19* | *32* | *100 %* |

Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне. Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задания 13–19 с развернутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного и 2 задания высокого уровней сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов. При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

В таблице 2 приведено распределение заданий по частям экзаменационной работы.

*Таблица 2*

*Распределение заданий по частям экзаменационной работы*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Часть работы | Количество заданий | Максимальный  первичный балл | Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данной части от максимального первичного балла за всю работу, равного 32 | Тип заданий |
| Часть 1 | 8 | 8 | 25 % | С кратким ответом |
| Часть 2 | 11 | 24 | 75 % | С кратким ответом и с развернутым ответом |
| *Итого* | *19* | *32* | *100 %* |  |

**Система оценивания заданий контрольных измерительных материалов**

Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13–15 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 16 и 17 — 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 — 4 баллами.

Проверка выполнения заданий 13–19 проводится экспертами на основе разработанной системы критериев оценивания.

По результатам проверок два эксперта *независимо* друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по учебному предмету «математика» (Порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования. Приказ Минобрнауки России от 26.12.2013 № 1400 зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014 № 31205):

1. Работа участника ЕГЭ направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 и более балла.

В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ЕГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений хотя бы в двух из заданий 13–19.

В этом случае третий эксперт перепроверяет ответы на все задания работы.

Максимальный первичный балл за всю работу — 32.

Баллы для поступления в вузы подсчитываются по 100-балльной шкале на основе анализа результатов выполнения всех заданий экзаменационной работы.

Изменения структуры и содержания КИМ 2017 года в сравнении с 2016 годом отсутствуют.

**Общие результаты**

В едином государственном экзамене по математике (профильный уровень) в 2017 году принимали участие 1695 выпускников образовательных организаций Республики Карелия, в том числе 871 девушка (51,4%) и 824 юноши (48,6%).

**Количество участников по категориям**

**1695**

**чел.**

**Общее количество участников ЕГЭ по предмету (профильный уровень)**

**105 чел.**

**41**

**чел.**

**1549**

**чел.**

**Общее количество выпускников общеобразовательных организаций 2017 года, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Общее количество выпускников прошлых лет, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Общее количество выпускников 2017 г., обучавшихся по программам СПО и сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень) волне**

**Количество участников по типам образовательных организаций**

**1549**

**чел.**

**Общее количество выпускников общеобразовательных организаций 2017 года, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**163 чел.**

**992 чел.**

**Общее количество выпускников СОШ с углубленным изучением отдельных предметов, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Общее количество выпускников средних общеобразовательных школ, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**9 чел.**

**385 чел.**

**Общее количество выпускников лицеев и гимназий, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Общее количество выпускников вечерних (сменных) общеобразовательных школ, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

Число участников профильного экзамена по математике уменьшилось по сравнению с 2016 годом незначительно — на 46 человек (таблица 3, диаграмма 1).

### *Таблица 3*

### *Количество участников ЕГЭ по учебному предмету (за последние 3 года)*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Учебный предмет | 2015 год | | 2016 год | | 2017 год | |
| чел. | % от общего числа участников | чел. | % от общего числа участников | чел. | % от общего числа участников |
| Математика (профильный уровень) | 2227 | 61% | 1741 | 51,3% | 1695 | 49,7% |

Диаграмма 1

*Динамика доли участников ЕГЭ от общего числа участников ЕГЭ*

Надо отметить, что, как и в прошлом году, в 2017 г. минимальный тестовый балл составляет 27 баллов по 100-балльной шкале.

На диаграмме 2 приведено общее распределение баллов, набранных участниками экзамена.

Диаграмма 2

*Распределение участников ЕГЭ по количеству набранных баллов*

Анализируя данные, представленные на диаграмме 2, можно сделать вывод, о том, что большое число участников ЕГЭ (760 человек, что составляет 44,8 % от выполнявших работу) набрали баллы в диапазоне от 27 до 45 за счет выполнения заданий базового уровня сложности. Эта величина значительно превышает соответствующий показатель 2016 года — 621 человек (36 %). На высоком уровне (от 81 до 100 баллов) сдали экзамен 28 выпускников, что вдвое меньше, чем в 2016 году (таблица 4). Один человек набрал максимально возможные 100 баллов (как и в 2016 году). Участников экзамена, не набравших ни одного балла, нет.

*Таблица 4*

*Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Республика Карелия | | |
| 2015 г. | 2016 г. | 2017 г. |
| Не преодолели минимального балла | 271 человек  (12,2%) | 282 человек (16,2%) | 227 человек (13,4%) |
| Получили от 81 до 100 баллов | 32 человека (1,4%) | 63 человека  (3,6%) | 28 человек  (1,7%) |
| Получили 100 баллов | 0,0% | 1 человек (0,06%) | 1 человек (0,06%) |

Проанализируем результаты выполнения работы, разделив всех участников на четыре группы в соответствии с уровнем подготовки — низкий, базовый, повышенный, высокий (таблица 5, диаграмма 3), и сравним эти результаты с соответствующими данными 2016 года (диаграмма 4).

*Таблица 5*

*Соответствие набранных тестовых баллов уровням подготовки выпускников*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер  группы | Тестовый  балл | Уровень подготовки | Процент  выпускников |
| I | от 0 до 26 | **Низкий**  (выпускники, не преодолевшие планируемый порог) | 13,4% (227 чел.) |
| II | от 27 до 60 | **Базовый**  (выпускники, успешно освоившие курс математики на базовом уровне, но не имеющие достаточной подготовки для успешного продолжения образования по специальностям, требующим повышенного и высокого уровня математической компетентности) | 59,7% (1013 чел.) |
| III | от 61 до 80 | **Повышенный**  (выпускники, успешно освоившие курс математики и имеющие достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования по большинству специальностей, требующих повышенного уровня математической компетентности) | 25,2% (427 чел.) |
| IV | от 81 до 100 | **Высокий**  (выпускники, имеющие уровень подготовки, достаточный для продолжения обучения с самыми высокими требованиями к уровню математической компетентности) | 1,7% (28 чел.) |

Диаграмма 3

*Распределение участников экзамена по уровням подготовки*

Диаграмма 4 демонстрирует уменьшение доли выпускников, имеющих как низкий (менее 27 баллов), так и высокий (от 81 до 100 тестовых баллов) уровни подготовки, причем доля выпускников с высоким уровнем подготовки понизилась в сравнении с 2016 годом более чем в 2 раза.

Диаграмма 4

*Динамика количества участников экзамена*

*с низким и высоким уровнями подготовки*

Участников профильного экзамена по математике в 2017 году (1695 человек) можно классифицировать по следующим категориям:

* 1549 выпускников 2017 года, обучавшихся по программам среднего общего образования (СОО),
* 41 выпускник 2017 года, обучавшийся по программам среднего профессионального образования (СПО),
* 105 выпускников прошлых лет.

Изменение числа выпускников по данным категориям за три последних года представлено в таблице 6.

*Таблица 6*

*Количество участников ЕГЭ в регионе по категориям*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **2015 г.** | **2016 г.** | **2017 г.** |
| Всего участников ЕГЭ по математике (профильный) | 2227 | 1741 | 1695 |
| Из них:  выпускников текущего года, обучающихся по программам СОО | 2163 | 1635 | 1549 |
| выпускников текущего года, обучающихся по программам СПО | 62 | 21 | 41 |
| выпускников прошлых лет | 2 | 85 | 105 |

Анализ приведенных данных показывает, что подавляющая часть участников экзамена — это выпускники текущего года, обучавшиеся по программам среднего общего образования. Выпускники 2017 года, обучавшиеся по программам среднего профессионального образования, оказались более активными в выборе профильного экзамена по математике по сравнению с выпускниками 2016 года: их количество возросло в 2 раза. Увеличилось и число выпускников прошлых лет, сдававших экзамен по математике профильного уровня, — на 23,5% в сравнении с 2016 годом.

Результативность сдачи профильного экзамена по категориям представлена на диаграмме 5.

Диаграмма 5

*Распределение участников экзамена по количеству набранных баллов*

*в зависимости от категории*

Наибольшая доля участников (63,4%), набравших балл ниже минимального, зафиксирована в группе выпускников текущего года, обучавшихся по программам среднего профессионального образования. Однако надо отметить, что это несколько меньше, чем в прошлом году (71,4%). Как и ранее среди выпускников 2017 года, обучавшихся по программам среднего профессионального образования, никто не смог набрать более 60 баллов.

Заметим, что значительно уменьшилось число выпускников прошлых лет, не преодолевших барьер в 27 баллов: с 52,9% в 2016 году до 29,5% в 2017 г. Соответственно увеличилась доля участников экзамена этой категории, попавших в группу выпускников с базовым и повышенным уровнями подготовки.

Диаграмма 6

*Распределение участников экзамена — выпускников прошлых лет —*

*по количеству набранных баллов*

Каждый девятый выпускник (11%) средних общеобразовательных организаций нынешнего года также не преодолел минимальный порог (в 2016 году этот показатель составлял 13,6%).

Участников профильного экзамена по математике, обучавшихся по программам среднего общего образования (1549 человек), можно разделить на следующие группы (таблица 7):

* выпускники лицеев и гимназий (385 человек),
* выпускники средних общеобразовательных школ (992 человека),
* выпускники средних общеобразовательных школ с углубленным изучением отдельных предметов (163 человека),
* выпускники вечерних (сменных) общеобразовательных школ (9 человек).

*Таблица 7*

*Количество участников ЕГЭ в регионе по типу общеобразовательной организации*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Всего участников ЕГЭ по предмету | **2015 г.** | **2016 г** | **2017 г.** |
| 2163 | 1635 | 1549 |
| Из них:  выпускники лицеев и гимназий | 485 | 420 | 385 |
| выпускники средних общеобразовательных школ | 1444 | 1040 | 992 |
| выпускники средних общеобразовательных школ с углубленным изучением отдельных предметов | 230 | 173 | 163 |
| выпускники вечерних (сменных) общеобразовательных школ | 4 | 2 | 9 |

Анализ данных, представленных на диаграмме 7, позволяет констатировать, что обучающиеся лицеев и гимназий лучше справились с выполнением профильного экзамена, чем выпускники общеобразовательных школ. В то же время можно констатировать, что постепенно смывается преимущество выпускников лицеев/гимназий по сравнению с выпускниками средних общеобразовательных организаций с углубленным изучением отдельных предметов.

Диаграмма 7

*Распределение участников экзамена по числу набранных баллов*

*в зависимости от типа учебного заведения*

В текущем году 37,9% выпускников лицеев и гимназий набрали более 60 тестовых баллов (для сравнения — 51% в 2016 году); 1 ученик, как и в прошлом году, набрал максимальные 100 баллов. Доля выпускников средних общеобразовательных школ, набравших более 60 баллов, также снизилась с 29% в 2016 г. до 23,2% в 2017г. Среди выпускников средних общеобразовательных школ с углубленным изучением отдельных предметов этот показатель составляет 33,8% (в 2016 году был равен 40%). Только один выпускник вечерней (сменной) общеобразовательной школы не преодолел минимальные порог — 27 баллов.

Рассмотрим далее содержание контрольных измерительных материалов и умения участников профильного экзамена по математике, проверяемые в каждом задании (таблица 8).

*Таблица 8*

*Общий план КИМ по математике 2017 года*

| № | Проверяемые требования (умения) | Элемент содержания |
| --- | --- | --- |
| ***Часть 1*** | | |
| 1 | Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | Решение текстовой задачи |
| 2 | Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | «Чтение» диаграммы |
| 3 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами | Решение задачи на вычисление площади фигуры, изображенной на клетчатой бумаге |
| 4 | Умение строить и исследовать простейшие математические модели. Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий | Решение задачи на вычисление вероятности события |
| 5 | Умение решать простейшие уравнения | Решение простейшего иррационального уравнения |
| 6 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) | Решение планиметрической задачи по теме «Прямоугольный треугольник» |
| 7 | Умение выполнять действия с функциями | Нахождение точки из заданного отрезка, в которой функция принимает наибольшее значение, по графику производной функции |
| 8 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы | Решение практико-ориентированной задачи на вычисление объема |
| ***Часть 2*** | | |
| 9 | Умение выполнять вычисления и преобразования | Нахождение значения тригонометрического выражения |
| 10 | Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | Решение текстовой задачи с применением формул |
| 11 | Умение строить и исследовать простейшие математические модели. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры | Решение текстовой задачи «на совместную работу» |
| 12 | Умение выполнять действия с функциями. Уметь вычислять производные и первообразные элементарных функций | Нахождение точки максимума функции |
| 13 | Умение решать уравнения и неравенства | Решение логарифмического уравнения с отбором корней, принадлежащих заданному отрезку |
| 14 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения | Решение стереометрической задачи на доказательство и нахождение расстояния между прямыми |
| 15 | Умение решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы | Решение дробно-показательного неравенства |
| 16 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения | Решение сложной планиметрической задачи |
| 17 | Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Решать прикладные задачи | Решение экономической задачи |
| 18 | Умение решать уравнения и неравенства | Решение логарифмического уравнения с параметром |
| 19 | Умение строить и исследовать простейшие математические модели. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения | Решение задачи на свойства целых чисел |

При анализе результатов ЕГЭ интерес представляет такой показатель как успешность участников единого государственного экзамена в выполнении конкретных заданий.

Процент выполнения большой части заданий (9 заданий из 19) попадает в так называемый «коридор» ожидаемой решаемости, который выделен на диаграмме 8 цветом.

Диаграмма 8

*Решаемость заданий контрольно-измерительных материалов ЕГЭ-2017*

*по математике в сравнении с "коридором" ожидаемой решаемости*

Задания 1, 2, 3, 9 и 10 выполнены большей частью выпускников, чем предполагается; задания 6, 7 базового уровня сложности, 14, 16 и 17 повышенного уровня выполнены меньшим числом выпускников (диаграмма 8). Результат выполнения задания 8 оказался внутри «коридора» ожидаемой решаемости в отличие от результата 2016 года, а процент успешности выполнения заданий 6 базового уровня и 17 повышенного уровня, наоборот, за его пределами.

Разработчики КИМ считают, что элемент содержания усвоен выпускниками на базовом уровне, если с соответствующим заданием справляются не менее 65% участников экзамена. К сожалению, данный уровень усвоения (65%) не достигнут для некоторых заданий базового уровня (диаграмма 9), а именно заданий, проверяющих умения:

* выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
* выполнять действия с функциями.

Диаграмма 9

*Результаты выполнения заданий ЕГЭ по математике выпускниками*

*общеобразовательных учреждений*

Высокие показатели успешности продемонстрированы выпускниками при решении первых пяти заданий базового уровня — выше 88%, что свидетельствует о сформированности у участников экзамена базовых математических компетенций за курс математики основной и средней общеобразовательной школы. Эти задания проверяли умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; выполнять действия с геометрическими фигурами; исследовать простейшие математические модели; решать уравнения. Задания этого блока включали в себя следующее предметное содержание: действия с целыми числами; табличное и графическое представление данных — чтение диаграммы и применение математических методов для решения содержательных задач из практики; вычисление площади треугольника, параллелограмма, трапеции; вычисление вероятности события; решение показательных, логарифмических, иррациональных, рациональных уравнений.

Успешность выполнения заданий базового уровня сложности составляет 40% – 98,1%. В целом по сравнению с 2016 годом отмечается прогресс при решении заданий базового уровня: хотя нижняя граница данного промежутка несколько снизилась с 42,4% в 2016 г. до 40% в 2017г., верхняя граница поднялась — с 94,6% до 98,1% соответственно. Возрос процент выпускников, успешно справившихся с решением заданий 1–4 и 8, в частности:

* задачи по теории вероятностей (с 79,5% до 89,6%),
* стереометрической задачи базового уровня сложности (с 46,7% до 72,6%).

Понизился процент выпускников, успешно справившихся с заданиями № 6 (планиметрическая задача) и № 7 (исследование функции с помощью графика её производной). Успешность их выполнения — 43,5% и 40,0% соответственно — не достигает базового уровня усвоения в 65%. По-прежнему самым трудным заданием первой части является задание по математическому анализу.

Успешность выполнения заданий №№ 9–17 с повышенным уровнем сложности второй части составляет 0,7% – 66% (в 2016 году — 1,3–61,3 %). Наилучшие показатели достигнуты при выполнении заданий 9 (вычисление значения тригонометрического выражения) и 10 (решение текстовой задачи с применением формул). Задания 11–12 оказались для участников экзамена 2017 года труднее, чем для выпускников 2016 года. С задачей на совместную работу справились лишь 28,8% выпускников, в то время как задачу «на смеси/проценты» успешно решили в 2016 году 42,2% обучающихся. С 36,4% в 2016 году до 20,3% в текущем году снизилась успешность выполнения задания № 12 на исследование функции. Ещё более резкое снижение успешности наблюдается при решении экономической задачи № 17 — с 11,8% в прошлом году до 3,2% в нынешнем. Значительные трудности, как и в 2016 году, вызвали задания: на применение стереометрии при решении практических задач (0,7%) и решение сложной планиметрической задачи (0,7%).

Успешность выполнения заданий повышенного уровня свидетельствует о том, что около трети выпускников хорошо овладели программой по математике основной и старшей школы и готовы к продолжению обучения в организациях высшего образования.

К повышенному уровню относятся следующие задания:

задание 9 — нахождение значения тригонометрического выражения (50,2%);

задание 10 — решение текстовой задачи с применением формул (66,0%);

задание 11 — решение текстовой задачи «на совместную работу» (28,8%);

задание 12 — нахождение точки минимума/максимума функции (20,3%);

задание 13 — решение логарифмического/тригонометрического уравнения с отбором корней (31,9%);

задание 14 — решение стереометрической задачи (0,7%);

задание 15 — решение дробно-показательного неравенства (11,9%);

задание 16 — решение сложной планиметрической задачи (0,7%);

задание 17 — решение текстовой задачи экономического содержания (3,2%).

К заданиям высокого уровня относятся задания 18 и 19 — задача с параметром и задание на умение строить и исследовать математические модели. Решение логарифмического уравнения с параметром в текущем году оказалось более успешным, чем в 2016 г. (0,8% участников против 0,3% в 2016 году). Успешность выполнения задания № 19 напротив снизилась с 0,6% до 0,2%.

**Распределение заданий КИМ по содержанию и видам умений**

Задания части 1 проверяют следующий учебный материал:

1. Математика, 5–6 классы;
2. Алгебра, 7–9 классы;
3. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы;
4. Теория вероятностей и статистика, 7–9 классы;
5. Геометрия, 7–11 классы.

Задания части 2 проверяют следующий учебный материал:

1. Алгебра, 7–9 классы;
2. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы;
3. Геометрия, 7–11 классы.

В соответствии со структурой школьного курса математики и с указанными выше целями экзамена задания КИМ условно делятся на содержательные блоки: алгебра, геометрия, начала математического анализа, уравнения и неравенства, функции, элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (таблица 9).

*Таблица 9*

*Число заданий в содержательных блоках и их первичный балл*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Содержательные  блоки по кодификатору ЭС | Число  заданий | Максимальный  первичный балл | Процент максимального  первичного балла за выполнение заданий данного блока содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 32 |
| Алгебра | 4 | 9 | 28,1 |
| Уравнения и неравенства | 5 | 10 | 31,2 |
| Функции | 2 | 2 | 6,3 |
| Начала математического анализа | 2 | 2 | 6,3 |
| Геометрия | 5 | 8 | 25,0 |
| Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей | 1 | 1 | 3,1 |
| **Итого** | **19** | **32** | **100** |

В таблице 10 приведено распределение заданий экзаменационной работы по видам проверяемых умений*.*

*Таблица 10*

*Распределение заданий экзаменационной работы по видам проверяемых умений*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Проверяемые умения и  способы действий | Число  заданий | Максимальный  первичный балл | Процент максимального  первичного балла за выполнение заданий данного вида от максимального первичного балла за всю работу, равного 32 |
| Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 4 | 6 | 18,8 |
| Уметь выполнять вычисления и преобразования | 1 | 1 | 3,1 |
| Уметь решать уравнения и неравенства | 4 | 9 | 28,1 |
| Уметь выполнять действия с функциями | 2 | 2 | 6,2 |
| Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами | 5 | 8 | 25,0 |
| Уметь строить и исследовать математические модели | 3 | 6 | 18,8 |
| **Итого** | **19** | **32** | **100** |

Первая часть КИМ ЕГЭ по математике формируется на основе заданий Открытого банка математических задач. Доступ к заданиям Открытого банка свободный. Наличие в Интернете открытого банка заданий КИМ ЕГЭ по математике позволяет включать задания банка в текущий учебный процесс, а на завершающем этапе подготовки к экзамену эффективно проводить диагностику недостатков и их устранение в усвоении отдельных тем путем решения серий конкретных задач. Задачи № 1–8 представлены заданиями, покрывающими все требования Федерального компонента государственного образовательного стандарта, содержат все основные типы заданий базового уровня, представленные в школьном курсе математики. ЕГЭ по математике ориентирован не только на контроль освоения элементов содержания курса, но и на проверку сформированности умений, навыков и видов деятельности, позволяющих применять полученные знания для решения познавательных проблем.

Задания № 9–19 предназначались для определения математической компетентности выпускников общеобразовательных организаций, реализующих программы среднего общего образования.

**Содержательный анализ заданий Части 1 (базовый уровень)**

При анализе результативности выполнения заданий в сравнении с прошлым годом необходимо учитывать, что в текущем году ЕГЭ по математике на профильном уровнесдавали49,7% участников ЕГЭ. Школьники с низкой математической подготовкой сдавали ЕГЭ по математике на базовом уровне.

***Задание №1***

***Характеристика задания***

Задание, моделирующее реальную жизненную ситуацию.

Задание на проверку умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 1 (по кодификатору):***

Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 1 (по кодификатору):***

Целые числа. Дроби, проценты, рациональные числа. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| В квартире установлен прибор учета расхода холодной воды (счетчик). Показания счетчика 1 января составляли 126 куб. м воды, а 1 февраля — 136 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за январь, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 29 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях. | Задачу № 1 правильно решили 4500 человек, что составляет 90% выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе? |
| **Процент выполнения 91%** | **Процент выполнения 94,6%** |

С первой задачей обучающиеся справились несколько лучше, чем в прошлом году. Это связано с внешней простотой задачи (короткие тексты воспринимаются легче) и с отсутствием необходимости преобразовывать числа (ответ является натуральным числом).

Выполнение – 94,6%. Типичные ошибки связаны, в первую очередь, с невнимательностью при вычислениях, а также с нетвердым усвоением (обучающиеся путают) алгоритмов нахождения целого по известной части и нахождения части целого. Ряд ошибок мог бы быть замечен и исправлен, если бы участники экзамена выполнили прикидку ответа или сопоставили свой результат с реальностью.

***Задание №2***

***Характеристика задания***

Задание, моделирующее реальную жизненную ситуацию.

Задание на проверку умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни.

С помощью диаграмм наиболее естественно отражаются функциональные зависимости одних величин от других. Задача на оценку умения считывать и анализировать графическую информацию.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 2 (по кодификатору):***

Извлекать информацию, представленную на диаграммах.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 2 (по кодификатору):***

Определение и график функции. Элементарное исследование функций. Основные элементарные функции. Табличное и графическое представление данных.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведенной диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с января по июнь 1994 года включительно. Ответ дайте в градусах Цельсия. | На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведенной диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой. |
| **Процент выполнения 90,3%** | **Процент выполнения 98,1%** |

Задание выполнили 98,1% выпускников, что выше, чем в 2015 и в 2016 годах (95% и 90,3% соответственно). Выбор отрицательных значений из всего указанного множества — более простая для обучающихся задача, чем выбор наибольшего значения из указанного подмножества значений. Стабильно высокий уровень выполнения задания по «чтению диаграмм»обусловлен тем, что формирование и отработка умения считывать и анализировать графическую информацию ведется на протяжении всего изучения курса математики.

***Задание №3***

***Характеристика задания***

Задача на оценку способности выпускников ориентироваться в простейших наглядных геометрических конструкциях. Данным заданием   проверяется умение   решать практические задачи, связанные с нахождением геометрической величины.  Задача на вычисление площади трапеции, изображенной на клетчатой бумаге.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 3 (по кодификатору):***

Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 3 (по кодификатору):***

Планиметрия. Измерение геометрических величин.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| На клетчатой бумаге с размером клетки 1х1 изображен треугольник. Найдите его площадь.   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | | На клетчатой бумаге с размером клетки 1х1 изображена трапеция. Найдите её площадь.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |
| **Процент выполнения 88%** | **Процент выполнения 91,6%** |

Для выполнения задания требуется: знать формулы площадей различных планиметрических фигур, уметь определять необходимые данные по изображению на клетчатой бумаге при условии задания единицы измерения. Результативность выполнения этого задания выше по сравнению с прошлым годом — немногим более 90% выпускников решили это геометрическое задание верно.

***Задание № 4***

***Характеристика задания***

Задача на вычисление вероятности события. Задание проверяет умение решать задачи, используя знания по комбинаторике, теории вероятностей и статистике.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 4 (по кодификатору):***

Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 4 (по кодификатору):***

Элементы теории вероятностей (вероятности событий, примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач).

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| На конференцию приехали 6 ученых из Великобритании, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что четвертым окажется доклад ученого из Болгарии. | В чемпионате по гимнастике участвуют 76 спортсменок: 30 из России, 27 из Казахстана, остальные из Белоруссии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Белоруссии. |
| **Процент выполнения 80 %** | **Процент выполнения 89,6 %** |

В этом году задача на вычисление вероятности события практически полностью повторяет идею прошлогодней задачи. Несмотря на то, что задача усложнена дополнительным вычислением, значительно большее число выпускников успешно справились с её решением. Вероятно, основной ошибкой является неверное прочтение условия задачи и/или вычислительная ошибка.

***Задание № 5***

***Характеристика задания***

Решение простейшего иррациональное уравнения.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 5 (по кодификатору):***

Уметь решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 5 (по кодификатору):***

Уравнения.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| Найдите корень уравнения | Найдите корень уравнения |
| **Процент выполнения 95%** | **Процент выполнения 88%** |

Цель проверки — умение решать простейшие уравнения. Проверяемый учебный материал относится к курсу алгебры основной школы. Процент выполнения задания (88%) ниже по сравнению с предыдущим годом, хотя снова предложено иррациональное уравнение. Снижение результативности выполнения данного задания можно объяснить невнимательным его прочтением — часть выпускников упустили, что дан корень третьей степени.

***Задание № 6***

***Характеристика задания***

Задача направлена на оценку способности экзаменуемых ориентироваться в простейших наглядных геометрических конструкциях.

Задача по готовому чертежу, связанная с применением свойств углов треугольника.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 6 (по кодификатору):***

Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 6 (по кодификатору):***

Планиметрия. Треугольник. Измерение геометрических величин. Величина угла, градусная мера угла.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| В четырехугольник АВСD вписана окружность, АВ = 13, ВС = 5 и CD = 10. Найдите четвертую сторону четырехугольника.  http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/286953342668.files/image104.jpg | Острый угол В прямоугольного треугольника АВС равен 65 ̊. Найдите угол между высотой СН и медианой СМ, проведёнными из вершины прямого угла С. Ответ дайте в градусах.  C:\Users\Светлана\Desktop\яя.jpg  *Н*    *М* |
| **Процент выполнения 54%** | **Процент выполнения 44%** |

Выполнение задания № 6 составляет 43,5%, что ниже, чем в прошлом году (54%) и в 2015 г. (66%). Уменьшение процента выпускников, успешно справившихся с решением несложной планиметрической задачи, свидетельствует о том, что существенные пробелы в геометрической подготовке сохраняются у значительной доли учащихся. Следует обратить особое внимание на умения работать с чертежом и узнавать базовые геометрические конструкции. Для решения задания №6 необходимо знание аксиомы об измерении углов, положений о сумме острых углов прямоугольного треугольника (или сумме углов треугольника), о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника, о положении центра окружности, описанной около прямоугольного треугольника. Каждое из этих положений в отдельности, безусловно, известны подавляющему большинству выпускников, однако они не смогли применить их в конкретной ситуации и продемонстрировать умение рассматривать объекты с разных точек зрения (точка М — конец медианы и центр описанной окружности, СМ — медиана и радиус описанной окружности, МС и МВ — радиусы описанной окружности и боковые стороны равнобедренного треугольника). Более половины обучающихся, выполнявших работу, не справилась с данной задачей, хотя при ее решении не требуется умение грамотно записывать решение и приводить обоснования, но необходимо знать конкретный геометрический материал и уметь выстраивать цепочку логических рассуждений.

***Задание № 7***

***Характеристика задания***

Задание на выполнение действий с функциями и производными функций, исследование функций. По графику производной функции f(х) необходимо найти абсциссу точки, в которой эта функция принимает наибольшее значение.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 7 (по кодификатору):***

Уметь выполнять действия с функциями, в частности исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 7 (по кодификатору):***

Начала математического анализа: производная, исследование функций, первообразная и интеграл.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| На рисунке изображен график функции у = f '(x) — производной функции f(х), определенной на интервале (–3; 8). Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции у = f(x) параллельна прямой у = –3х или совпадает с ней.  C:\Users\Светлана\Desktop\008.jpg | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/8_7.files/image001.jpgНа рисунке изображен график функции у = f '(x) — производной функции f(х), определенной на интервале (–6; 5). В какой точке отрезка [0; 3] функция f(x) принимает наибольшее значение? |
| **Процент выполнения 42%** | **Процент выполнения 40%** |

Проверяемый учебный материал относится к курсу алгебры и математического анализа 10–11 классов. Задания этого типа направлены на проверку понимания учащимися связи между свойствами функции и её производной. Выполнение заданий такого типа вызывает трудности у многих обучающихся, и результативность выполнения задания не стабильна: по сравнению с 2015 годом увеличилась в 2016 году (с 35% до 42%) и снизилась до 40% в 2017 г. Более половины выпускников не справились с решением. Ошибки связаны с неумением применять знакомый материал или с незнанием теоретического материала, в частности поведение графика производной обучающиеся переносят или противопоставляют изменениям графика самой функции. Некоторые обучающиеся исследовали данный график на всей области определения, а не только на указанном промежутке, что указывает, в частности, на неумение анализировать условие задачи.

***Задание № 8***

***Характеристика задания***

Задание на проверку умения решать стереометрическую задачу на нахождение геометрической величины. Практико-ориентированная задача, отражающая связь геометрического материала и физических явлений.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 8 (по кодификатору):***

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 8 (по кодификатору):***

Прямые и плоскости в пространстве. Многогранники. Тела и поверхности вращения. Измерение геометрических величин.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| Дана правильная четырехугольной призма ABCDA1B1C1D1, площадь основания которой равна 5, а боковое ребро равно 9. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки А, В, С, А1, В1, С1. | В цилиндрический сосуд налили 1100 см3 воды. Уровень воды оказался равным 5 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень воды в сосуде поднялся на 2 см. Найдите объём детали. Ответ дайте в см3.  https://im0-tub-ru.yandex.net/i?id=6a480b5e956c750dbf52b880173f9e80-sr&n=13 |
| **Процент выполнения 47%** | **Процент выполнения 72,6%** |

В течение двух последних лет происходит значительное повышение результативности решения выпускниками региона стереометрической задачи в первой части экзаменационной работы: с 27% в 2015 году и 47% в 2016 г. до 72% в текущем году. Процент выполнения зависит, конечно, от содержания конкретной задачи. Хотя для решения данной задачи необходимо понимание происходящих при погружении детали физических явлений, связь с практической деятельностью человека и присутствие наглядной модели цилиндрического сосуда позволили справиться с этой задачей подавляющему большинству выпускников, набравших за работу более 60 баллов. Выпускники, не справившиеся с заданием № 8, допустили фактические и вычислительные ошибки. Многие обучающиеся использовали «длинный» путь решения — находили разность между данным объёмом воды и объёмом, образовавшимся после погружения детали, вместо того, чтобы сразу найти объём вытесненной телом жидкости.

**Содержательный анализ заданий Части 2**

**(задания повышенного и высокого уровней сложности)**

Задания 9–17 относятся к повышенному уровню сложности.

***Задание № 9***

***Характеристика задания***

Задание на тождественные преобразования разных типов выражений и нахождение значений этих выражений.

Задача на нахождение значения тригонометрического выражения.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 9 (по кодификатору):***

Уметь выполнять вычисления и преобразования, в частности, проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 9 (по кодификатору):***

Числа, корни и степени. Основы тригонометрии. Логарифмы. Преобразования выражений.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| Найдите значение выражения | Найдите значение выражения tg α, если  и |
| **Процент выполнения 58%** | **Процент выполнения 50,2%** |

Успешность выполнения выпускниками задания № 9 снова снизилась. В этом году только половина обучающихся смогли продемонстрировать умение вычислять значение простейшего тригонометрического выражения. В прошлом году требовалось преобразовать и найти значение логарифмического выражения, и результат был несколько выше (58%). Это говорит о трудностях в усвоении обучающимися тригонометрического материала и в овладении соответствующими умениями. Выпускники, не справившиеся с выполнением данного задания, допустили ошибки в вычислениях или неверно определили знак синуса для угла второй четверти.

***Задание № 10***

***Характеристика задания***

Задача на описание с помощью формул различных реальных зависимостей между величинами. Текстовая задача, моделирующая реальную физическую ситуацию зависимости расстояния, пройденного водой по трубе, от температуры воды.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 10 (по кодификатору):***

Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, в частности осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 10 (по кодификатору):***

Уравнения. Неравенства.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине. Его скорость ν (в м/с) меняется по закону , где t — время с момента начала наблюдения в секундах, T = 2 с — период колебаний, . Кинетическая энергия Е (в Дж) груза вычисляется по формуле , где m — масса груза (в кг), ν — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 20 секунд после начала наблюдения. Ответ дайте в джоулях. | Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне Тn= 250С, через радиатор пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды m = 0,6 кг/с. Проходя по трубе расстояние *х*, вода охлаждается от начальной температуры Тв= 530С до температуры *Т*, причем , где с = 4200 — теплоемкость воды, — коэффициент теплообмена, α = 1,6 — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 96 м. |
| **Процент выполнения 61%** | **Процент выполнения 66%** |

Для успешного решения этого задания необходимо уметь интерпретировать описание с помощью математических формул некоторого физического процесса, находить значение физической величины с помощью уравнения, верно оценить полученный результат. В этом году предлагалась задача с физическим содержанием, при решении которой упрощение числового выражения приводит к простому логарифмическому уравнению с единицей в правой части.

Процент успешности выполнения задания 10 несколько повысился по сравнению с предыдущим годом (с 61 до 66%), однако треть выпускников с данным заданием по-прежнему не справляется. В группе выпускников, не преодолевших минимальный балл, только один из десяти человек справился с этим заданием. Некоторые обучающиеся даже не приступали к решению, так как просто пугаются формул, громоздких вычислений и не могут при анализе условия задачи сопоставить указанные величины. Для более успешного выполнения такого типа практико-ориентированных заданий учителю необходимо обратить внимание на анализ текста задачи как отдельный и важный этап процесса решения любой задачи.

***Задание № 11***

***Характеристика задания***

Текстовая задача на «совместную работу» двух труб.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 11 (по кодификатору):***

Уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 11 (по кодификатору):***

Уравнения. Неравенства.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| Имеется два сосуда. Первый содержит 25 кг, а второй — 5 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 54% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде? | Первая труба наполняет резервуар на 45 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 14 минут. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба? |
| **Процент выполнения 42%** | **Процент выполнения 28,8%** |

В данном задании проверяется умение строить и исследовать простейшие математические модели на примере решения текстовой задачи на «совместную работу». Проверяемый учебный материал относится к курсу алгебры. Процент выполнения — менее 30 — значительно меньше прошлогоднего и свидетельствует о том, что большая часть выпускников не усваивают материал на должном уровне или вовсе отказываются от решения текстовых задач данного типа.

В предыдущий год текстовая задача «на смеси» вызвала у обучающихся меньшие затруднения, хотя задачи этого типа являются традиционно сложными для обучающихся. В целом же уровень сформированности у выпускников умения решать текстовые задачи оставляет желать лучшего. Не смотря на пролонгированность обучения решению задач в школьном курсе математики *общее* *умение* решать текстовые задачи у большинства так и не формируется, более того значительно падают интерес и желание решать сюжетные задачи. Такое положение отрицательно влияет и на развитие у обучающихся умения рассуждать. Учителям следует повышать *мотивацию* школьников к решению текстовых задач.

***Задание № 12***

***Характеристика задания***

Задание на выполнение действий с функциями и производными функций, исследование функций.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 12 (по кодификатору):***

Уметь выполнять действия с функциями, в том числе вычислять производные и первообразные элементарных функций, исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 12 (по кодификатору):***

Производная. Исследование функций.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| Найдите точку минимума функции . | Найдите точку максимума функции у = (х + 7)2 ∙ *е* –1– х |
| **Процент выполнения 36%** | **Процент выполнения 20,3%** |

Несмотря на то, что содержание задания № 12 аналогично прошлогоднему варианту, процент успешности его выполнения резко уменьшился — с 36 до 20,3. Данный результат позволяет предположить, что стандартный алгоритм нахождения точки максимума (минимума) функции выпускниками усвоен, однако трудности возникли при использовании формул для вычисления производной экспоненты и сложной функции.

Из числа выпускников, не преодолевших минимальный балл, с этим заданием справилось менее 1%.

**Выводы**

Уровень сложности заданий № 1–12 в целом не изменился по сравнению с 2016 годом.

Первая часть экзаменационной работы 2017 года представлена стандартными задачами базового уровня сложности, требующими от выпускников знания и умения применять стандартные алгоритмы, а также навыков письменных и устных вычислений, осознанного чтения и анализа текста.

С заданиями 1–4 *все* выпускники справились относительно успешно (диаграмма 10) — результаты выполнения этих заданий вошли в так называемый «коридор» ожидаемой решаемости заданий.

Диаграмма 10

*Результаты выполнения заданий с кратким ответом разными группами выпускников (набравшие менее 27 баллов, набравшие от 60 до 80 баллов и набравшие более 80 баллов)*

Для выпускников, не преодолевших минимальный порог в 27 баллов, задания 5–12 вызвали определенные трудности. Группа участников экзамена, которые набрали от 60 до 80 баллов, достаточно успешно справилась со всеми заданиями. Более низкий результат (менее 50% писавших работу) достигнут при выполнении задания 12 (исследование функции). Выпускники, набравшие более 80 баллов, продемонстрировали высокий уровень выполнения первых 11 заданий. Эти задания верно выполнили от 85 до 100% обучающихся данной группы; с заданием № 12 справились только 75%.

Приоритетными умениями, проверяемыми в ходе экзамена по математике (профильный уровень) в 2017 году, как и в предыдущие годы, являются умения выпускников решать задачи на использование приобретенных знаний и умений в практической деятельности и в повседневной жизни, подчеркивающие важность ориентации обучающихся на прикладную направленность предмета.

Из заданий 1–12 половина заданий выполнены на более высоком уровне, чем в два предыдущих года (рис. 12); это задания: 1–4 и 8 из части I КИМ и № 10 из второй части. Следует обратить внимание на значительный рост — более чем в 2,5 раза по сравнению с 2015 годом — успешности выполнения задания 8 (стереометрическая задача на нахождение геометрических величин). Этот процент уверенно вошел в «коридор» ожидаемой решаемости заданий. Еще два задания (№№ 5, 7) выполнены хуже, чем в 2016 году, но лучше по сравнению с 2015 годом.

Диаграмма 11

*Сравнение результатов выполнения заданий с кратким ответом в 2015–2017 гг.*

Четыре из первых 12 заданий выполнены выпускниками на более низком уровне. Как отмечалось выше при анализе выполнения первой части КИМ–2017 (профильный уровень), уменьшилось число обучающихся, выполнивших задание № 6 (планиметрия, треугольники, углы).

Продолжилось снижение успешности выполнения заданий с кратким ответом второй части КИМ–2017 (№№ 9–12); более существенный спад процента выполнения имеется в заданиях 11 (текстовая задача) и 12 (исследование функций). Рост доли выпускников, справившихся с решением, наблюдается по-прежнему только в задании № 10 практической направленности.

Таким образом, педагогам и обучающимся следует обратить большее внимание:

* на изучение таких разделов как «Планиметрия» и «Начала математического анализа»,
* на применение в различных ситуациях правила нахождения производной сложной функции,
* на формирование и развитие умения доказывать, умения выстраивать более длинную логическую цепочку суждений с опорой на имеющиеся знания,
* на отработку общего умения решать текстовые задачи, включающего, в частности, умения читать, анализировать и моделировать условие задачи, осуществлять поиск решения, прикидку и проверку ответа.

**Проанализируем результаты выполнения заданий с развернутым ответом.**

Задания 13–19 направлены на ранжирование абитуриентов по уровню математической подготовки с учетом требований различных вузов. В указанных заданиях сделан акцент:

* на проверку владения алгебраическим аппаратом;
* на проверку освоения базовых идей математического анализа;
* на проверку умения логически грамотно излагать свои аргументы;
* на оценку уровня сформированности геометрических представлений, умения анализировать геометрическую конструкцию;
* на проверку умения строить и исследовать математические модели;
* на проверку умение решать задачи повышенного и высокого уровней сложности, комбинируя различные изученные методы в незнакомых ситуациях.

Задания 13–17 являются заданиями повышенного уровня, 18 и 19 — заданиями высокого уровня.

В **задании 13** при сохранении тематики предыдущих лет выделены два содержательных пункта, предполагающих: а) решение логарифмического уравнения и б) отбор корней на данном промежутке.

**Задание 14** представляло собой стереометрическую задачу на доказательство и нахождение геометрической величины.

**Задание 15 —** решение дробно-показательного неравенства.

**Задание 16** включает два требования: доказать утверждение (подобие треугольников) и найти геометрическую величину (длину отрезка).

**Задание 17** представляло задачу экономико-финансовой направленности.

**Задание 18 —** задача с параметром; так же, как и в прошлые годы, по своей постановке было алгебраическим, однако в процессе решения могли привлекаться функциональные и наглядно-геометрические представления.

**Задание 19**,с одной стороны, доступно ученикам основной школы, а с другой стороны, для его решения требовалась не столько формальная математическая образованность, сколько общая математическая культура, то есть сформированная привычка самостоятельно ориентироваться в математической ситуации, строить и исследовать математические модели. При сохранении общей тематической направленности задания используется подход, при котором задание разбивается на систему усложняющихся вопросов. Таким образом, сама формулировка задания предлагает участникам ЕГЭ некоторый путь, по которому можно продвигаться шаг за шагом в решении сложного задания.

В 2017 году в структуре заданий КИМ ЕГЭ по математике (профильный уровень) с развёрнутым ответом, в критериях оценивания их выполнения и в тематической принадлежности изменений по сравнению с 2016 годом практически нет.

В целом, продолжена тенденция на разделение этого типа заданий по пунктам а), б), … Она была начата в 2011 году с задания С6, продолжена в 2012 г. в задании С1 и в 2014 г. в задании С4. Практика использования такого разбиения на подзадачи показала, что оно способствует более точному и унифицированному выставлению баллов от нуля до максимального в каждом конкретном случае.

Общие позиции и характер оценивания выполнения заданий в целом повторяют прошлогодние. Небольшие видоизменения и корректировки формулировок в содержании критериев оценивания для конкретного задания могут иметь место в тех случаях, когда необходимость подобного рода уточнений диктуется содержанием и структурой самого задания.

К выполнению заданий с развёрнутым ответом приступили более половины участников экзамена. Как видно из таблицы 11, диапазон выполнения заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности от 0,2% до 31,9%. Задания с развернутым ответом обладают высокой диагностической и дифференцирующей способностью и позволяют выявить сформированность умений комплексного использования знаний.

*Таблица 11*

*Решаемость заданий № 13–19 выпускниками общеобразовательных организаций*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Уровень  задания | Контролируемые элементы | Процент выполнения  в 2017 году | Процент выполнения  в 2016 году | Процент выполнения  в 2015 году |
| 13 | П | Умение решать логарифмическое/ тригонометрическое уравнение с отбором корней | 31,9 | 33,3 | 23,9 |
| 14 | П | Умение решать стереометрическую задачу | 0,7 | 2,3 | 2,2 |
| 15 | П | Умение решать дробно-показательное неравенство | 11,9 | 17,2 | 6,0 |
| 16 | П | Умение решать планиметрическую задачу | 0,7 | 1,3 | 0,05 |
| 17 | П | Умение строить и исследовать простейшие математические модели (в экономической задаче) | 3,2 | 11,8 | 1,4 |
| 18 | В | Умение решать уравнение с параметром | 0,8 | 0,3 | 0,2 |
| 19 | В | Умение строить и исследовать простейшие математические модели (в задаче из дискретной математики) | 0,2 | 0,6 | 0 |

Все задания, кроме 18-го, выполнены хуже, чем в 2016 году, хотя уменьшение успешности выполнения не такое критическое. В то же время все задания, кроме 14-го, выполнены лучше, чем в 2015 году.

Наблюдается уменьшение результативности выполнения обоих заданий по геометрии, с каждым из них (задания 14 и 16) справились лишь 0,7% писавших работу. Большинство выпускников не продемонстрировали умение решать геометрические задачи повышенного уровня сложности.

Имеет место стойкое увеличение в течение трех лет числа выпускников, получивших максимальный балл за решение уравнения с параметром; однако это число остается пока все-таки незначительным.

В 2017 году, как и в предыдущем 2016-ом, нет заданий, с которыми никто не справился.

С заданиями 13–19 второй части не справились выпускники, не преодолевшие минимальный порог в 27 баллов. Рассмотрим успешность выполнения этих заданий двумя другими группами выпускников: набравшими 60–80 баллов и набравшими более 80 баллов. На рисунке 13 видно, что с заданием № 13 справилась примерно одинаковая доля выпускников — 83% из первой группы (набравшие 60–80 т.б.) и 86% из второй (набравшие 81–100 баллов). Наибольший разрыв наблюдается при выполнении заданий 15 и 17 — более 51% и 63% обучающихся соответственно.

Диаграмма 12

*Результаты выполнения заданий 13–19 разными группами выпускников*

*(набравшие за экзамен 60–80 баллов и набравшие 81–100 баллов)*

Диаграмма 13

*Сравнение успешности выполнения заданий №№ 13–19 части II разными группами выпускников (набравшие за экзамен 60–80 баллов и набравшие 81–100 баллов)*

Для участников экзамена, набравших за работу от 60 до 80 баллов (диаграмма 13):

— несложным оказалось решение тригонометрического уравнения с выбором корней из указанного промежутка (13 задание);

— вызвали определенные трудности решение дробно-показательного неравенства (задание 15) и решение экономической задачи (17-е задание);

— сложными для полного решения стали задачи 14, 16 и 18 (решили менее 1,5%).

Никто из обучающихся данной группы не решил полностью задачу дискретной математики — задание № 19.

У выпускников, набравших за работу 81–100 баллов (см. рис. 14):

— более успешно решены задания № 15 (89,3% обучающихся этой группы), № 13 (85,7%) и № 17 (71,4%);

— самой трудной оказалась задача олимпиадного характера № 19 — немногим более 14% обучающихся набрали максимальные 4 балла;

— остальные задания (№№ 14, 16, 18) решены от 21,4% до 35,7% обучающихся.

Анализ приведенных данных позволяет констатировать, что для всех выпускников алгебраическая составляющая школьного курса математики по-прежнему доминирует над геометрической. Выпускники профильных математических классов в разной мере справляются со всеми заданиями второй части, включая два последних задания экзаменационной работы — задания высокого уровня.

**Рассмотрим содержание заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности**

***Задание № 13***

***Характеристика задания***

Решение тригонометрического уравнения с отбором корней на промежутке.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 13 (по кодификатору):***

Уметь решать уравнения и неравенства.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 13 (по кодификатору):***

Уравнения и неравенства.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания:***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| а) Решите уравнение  б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку . | а) Решите уравнение  б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку . |
| **Процент выполнения 33,3%** | **Процент выполнения 31,9%** |

Задания № 13 занимают одну из важнейших позиций в структуре КИМ. Успешность выполнения заданий этого типа является характеристическим свойством, различающим базовый и профильный уровни подготовки обучающихся. Поэтому при подготовке выпускников к экзамену решению заданий подобного уровня следует уделять много внимания.

Выделение решения уравнения в отдельный пункт *а* прямо указывает участникам экзамена на необходимость полного решения предложенного уравнения: при отсутствии в тексте конкретной работы ответа на вопрос п. *а* задание № 13 следует оценивать не более чем 1 баллом.

В 2017 году при оценивании выполнения задания № 13 сохранена та же структура, что и в прошлом году. Даже в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка (описка) стала причиной того, что неверны оба ответа, полученные при выполнении п. *а* и п. *б,* допускается ставить 1 балл.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*  ИЛИ  получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

В 2017 году задание № 13, требующее умения решать тригонометрическое уравнение и обнаруживающее способность проводить отбор корней на заданном промежутке, имеет примерно тот же уровень сложности, что и в предыдущем 2016 году: аргумент квадратичной функции является сложной функцией (тригонометрическая функция является, в свою очередь, аргументом логарифмической функции). Процент выполнения задания уменьшился незначительно (с 33,3% в 2016 г. до 31,9% в 2017 г.). В группе выпускников, не преодолевших минимальный балл, никто не справился с этим заданием. В группе обучающихся, набравших за экзамен более 80 баллов, с этим заданием справились более 82%. Решение этой задачи по силам большинству хорошо успевающих по математике выпускников.

Типичные ошибки:

* неверное решение простейших тригонометрических уравнений,
* неправильный или необоснованный отбор корней, принадлежащих определенному промежутку,
* при замене логарифма от тригонометрической функции на новую переменную полагают, что введенная переменная должна быть больше 0,
* если квадрат переменной неотрицателен, то переменная положительна,
* неумение решать тригонометрические неравенства (считают, что если sin x > 0, то x ≥ πk).

***Задание № 14***

***Характеристика задания***

Стереометрическая задача на доказательство и нахождение расстояния между прямыми в прямой треугольной призме.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 14 (по кодификатору):***

Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметричесие факты и методы. Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 14 (по кодификатору):***

Прямые и плоскости в пространстве. Многогранники. Тела и поверхности вращения. Измерение геометрических величин. Координаты и векторы.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| В правильной треугольной призме ABCА1В1С1 сторона АВ основания равна 6, а боковое ребро AА1 равно 3. На ребре АВ отмечена точка К так, что АК = 1. Точки M и L — середины ребер А1С1 и В1С1 соответственно. Плоскость γ параллельна прямой АС и содержит точки К и L.  а) Докажите, что прямая ВМ перпендикулярна плоскости γ.  б) Найдите расстояние от точки С до плоскости γ. | Основанием прямой треугольной призмы ABCА1В1С1 является прямоугольный треугольник АВС с прямым углом С. Прямые СА1 и АВ1 перпендикулярны.  а) Докажите, что АА1 = АС.  б) Найдите расстояние между прямыми СА1 и АВ1, если АС = 6, ВС = 3. |
| **Процент выполнения 2,3%** | **Процент выполнения 0,7%** |

Задания 14 являются практически полным аналогом заданий №16 и С2 КИМ ЕГЭ предыдущих лет. Стереометрическая задача позиционируется как задача для большинства успевающих учеников, а не только для избранных. В связи с этим в КИМах предлагается достаточно простая задача по стереометрии, решить которую возможно с минимальным количеством геометрических построений и технических вычислений. Итак, в заданиях 14 прежними остались уровень сложности, тематическая принадлежность (геометрия многогранников) и максимальный балл (2 балла) за их выполнение.

Несколько изменилась структура постановки вопроса. Как и в прошлом году, она разделена на пункты *а* и *б* примерно так же, как и задание 13. Соответственно уточнился и общий характер оценивания выполнения решений. Для получения 2 баллов нужно, чтобы выполнялись два условия одновременно (конъюнкция), а для получения 1 балла хватает выполнения хотя бы одного из этих условий (дизъюнкция).

В 2017 году разработаны следующие критерии оценивания выполнения задания 14.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*  И  обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*  ИЛИ  обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

Стабильно невысокие результаты фиксируются при решении стереометрической задачи. Это косвенно свидетельствует о недостаточном уровне освоения выпускниками сложной темы геометрии «Сечения многогранников». С этой задачей справились лишь 0,7% выпускников, меньше, чем в прошлом году. Следовательно, учителям и самим выпускникам нужно уделять больше внимания решению геометрических задач различными методами.

Статистический анализ данных показывает, что характер выполнения задания № 14 четко дифференцирует выпускников с высоким и повышенным уровнем математической подготовки. Следует отметить, что задача оказалась непосильной для группы школьников с базовым уровнем подготовки. Ко второму пункту приступало незначительное число экзаменуемых. Менее 1,5% выпускников, набравших за работу от 60 до 80 баллов, верно решили эту задачу. В группе выпускников, набравших более 80 баллов, задачу 14 решил каждый пятый.

Типичные ошибки:

* при доказательстве первого пункта отсутствовали обоснования перпендикулярности или параллельности прямых, подобия треугольников;
* встречались решения, проведенные методами аналитической геометрии. К сожалению, в некоторых таких решениях формальная зубрежка формул не позволила верно использовать прием. Ученики применяли метод, не прочувствовав его и не понимая, что они с помощью выученной формулы находят;
* неумение изобразить расстояние между прямыми;
* вычислительные ошибки.

***Задание № 15***

***Характеристика задания***

Решение дробно-показательного неравенства.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 15 (по кодификатору):***

Уметь решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 15 (по кодификатору):***

Уравнения. Неравенства.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| Решите неравенство | Решите неравенство |
| **Процент выполнения 17,2%** | **Процент выполнения 11,9%** |

Напомним, что на этом месте в КИМ 2011–2014 гг. была система двух неравенств, а в 2015–2017 гг. заявлено решение одного неравенства. Грубо говоря, задание №15 «в два раза» проще прежнего задания С3.

При переходе к решению одного неравенства поле возможностей при выставлении 0, 1 или 2 баллов несколько расширяется. Однако оценка «1 балл» не есть половина оценки «2 балла». Другими словами, утверждение «1 балл ставится, если задача решена наполовину» неверно. Более точным является тезис, выражаемый равенством «1 = 2-» или словами «1 балл ставится, если задача почти решена». Для получения 1 балла за выполнение задания №15 необходимо получение итогового ответа и наличие верной последовательности всех шагов решения.

В 2017 году разработаны следующие критерии оценивания выполнения задания № 15.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки …,  ИЛИ  получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

Данная задача, наряду с задачей № 13, являлась одной из решаемых среди всех задач части с развернутым ответом. В 2017 году с задачей 15 верно справились почти 90% выпускников, набравших за работу более 80 баллов, и 38% выпускников из группы 60–80%. Часть обучающихся смогли набрать за решение только 1 балл, получив неверный ответ из-за вычислительной ошибки.

Типичные ошибки:

* переход от дробно-рационального неравенства к неравенству без знаменателя или умножение всего неравенства на выражение, стоящее в знаменателе, без рассмотрения случаев, когда знаменатель положительный или отрицательный;
* включение в ответ точек, в которых знаменатель обращается в ноль;
* игнорирование изолированной точки, в которой числитель обращается в ноль;
* вычислительные ошибки и описки, приводящие к неправильным ответам, но с верным ходом рассуждений.

***Задание № 16***

***Характеристика задания***

Задача на доказательство подобия двух треугольников и вычисление геометрической величины в условиях пересечения двух окружностей.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 16 (по кодификатору):***

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, в частности, решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Уметь строить и исследовать простейшие математические модели: моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 16 (по кодификатору):***

Планиметрия.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| В остроугольном треугольнике АВС проведены высоты АК и СМ. На них из точек М и К опущены перпендикуляры МЕ и КН соответственно.  а) Докажите, что прямые ЕН и АС параллельны.  б) Найдите отношение ЕН и АС, если угол АВС равен 45̊. | Две окружности с центрами *О*1 и *О*2 пересекаются в точках *А* и *В*, причем точки *О*1 и *О*2 лежат по разные стороны от прямой *АВ*. Продолжения диаметра *СА* первой окружности и хорды *СВ* этой же окружности пересекают вторую окружность в точках *D* и *Е* соответственно.  а) Докажите, что треугольники *СВD* и *О1АО2* подобны.  б) Найдите *АD*, если , радиус второй окружности второе больше радиуса первой и *АВ* = 3. |
| **Процент выполнения 1,3%** | **Процент выполнения 0,7%** |

В планиметрических заданиях заметное структурное и содержательное изменение произошло в 2014 году. В пункте *а* теперь нужно **доказать** геометрический факт, в пункте *б* — найти (вычислить) геометрическую величину. С точки зрения разработчиков включение проверяемого элемента на доказательство в задание 16 должно повысить уровень подготовки школьников. Кроме того, такое доказательство является естественным продолжением практики использования заданий на доказательство в экзамене за курс основной школы. По фактическим данным выполнения задание 16 является границей, разделяющей высокий и повышенный уровни подготовки участников ЕГЭ.

В 2017 году изменений в структуре и тематическом содержании этих заданий нет.

Критерии оценивания задания № 16 в 2017 году приведены в таблице.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *б*  ИЛИ  имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*,  ИЛИ  при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,  ИЛИ  обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *3* |

Анализ выполнения соответствующего задания экзаменационной работы позволяет сделать вывод о том, что для подавляющего большинства выпускников, приступивших к решению, задача оказалось непосильной. В группе получивших за работу более 80 баллов только 36% решили задание правильно. Выпускникам сложно догадаться о необходимых дополнительных построениях, многие не могут использовать известные из школьного курса геометрии теоремы и факты.

Типичные ошибки:

* не обосновывают подобие или равенство треугольников, равенство вписанных в окружность углов, зависимость между вписанным и центральным углами, опирающимися на одну дугу,
* демонстрировалось незнание факта равенства накрест лежащих углов при секущей только при условии, если она пересекает *параллельные* прямые,
* неспособность проводить доказательные рассуждения.

***Задание 17***

***Характеристика задания***

Решение задачи экономико-финансовой направленности.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 17 (по кодификатору):***

Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни: анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах. Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 17 (по кодификатору):***

Целые числа. Дроби, проценты, рациональные числа. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата таковы:  — 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;  — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  — 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.   |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 | | Долг  (в млн. рублей) | 1 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0 |   Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,15 млн. рублей. | 15 января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условия его возврата таковы:  — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;  — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  — 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит? |
| **Процент выполнения 11,8%** | **Процент выполнения 3,2%** |

Введение текстовых задач экономического содержания в ЕГЭ–2015 по математике стало, пожалуй, наиболее заметным изменением во всем комплексе заданий КИМ с развернутым ответом. Во всех заданиях этого типа предыдущих лет условие с самого начала формулировалось в математических терминах и отдельно не предполагало построения какой-либо математической модели (частично этот момент мог присутствовать в некоторых способах решения заданий С5 с параметром). Некоторое исключение составляло задание С6, в котором явно текстовое, сюжетное, условие задачи на начальном этапе решения предполагало некоторый перевод на математический язык. Правда, сами тексты условий чаще всего уже активно использовали математическую терминологию: числа, записанные на доске, делимость, доли и дроби, средние величины и т.п.

В заданиях № 17 существенно усилена сюжетная, практико-ориентированная, составляющая условия. Сами сюжеты не есть прямые цитаты «из жизни», они априорно уже являются некоторыми текстовыми упрощениями, моделями, реально возникающих ситуаций. Эти сюжеты условно можно разделить на два типа, использующих соответственно дискретные модели (проценты, погашения кредитов и т.п.) и непрерывные модели (различные производства, протяженные во времени, объемы продукции и т.п.).

Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведен до верного решения. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (алгебраической, геометрической, функциональной, …) модели.

Способов верного решения заданий этого типа не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод, использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

Процитируем критерии оценивания выполнения заданий № 17.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:  — неверный ответ из-за вычислительной ошибки;  — верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *3* |

Один балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условия выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

В решениях задания № 17 часто сразу приводилась готовая формула без введенных обозначений, обоснований, без какого-либо вывода, отсутствовало само построение математической модели. Удачное применение готовой формулы, конечно, приводило к верному ответу. Однако нет оснований считать, что данная формула описывает именно данную в задаче ситуацию. На апелляциях выпускники отмечали, что они «нашли эту формулу в интернете» или «на спецкурсе учитель дал данную формулу и сказал запомнить, поскольку вывод ее сложен». Заметим, что данная формула не является известным математическим фактом, содержащимся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования (Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2017 году единого государственного экзамена по математике). Все это еще раз подтверждает тезис о натаскивании учеников на задачи определенного характера, бездумность использования нестандартных методов и приемов.

В результате средний процент выполнения этого задания по региону составил 3,2%, в то время как в группе выпускников, набравших за работу 81–100 баллов, с заданием справились более 70% обучающихся.

Задания второй части 18 и 19 с развернутым ответом относятся к заданиям **повышенного уровня**. Максимальный балл (4 балла) получают около 1% участников. Эти задания предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

Задания высокого уровня сложности — это задания не на применение одного метода решения, а на комбинацию различных методов. Для успешного выполнения задания 18 необходим, кроме прочных математических знаний, также высокий уровень математической культуры, которая формируется в течение двух лет обучения по программе профильного уровня

***Задание 18***

***Характеристика задания***

Задача на решение уравнения с параметром.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 18 (по кодификатору):***

Уметь решать уравнения и неравенства. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 18 (по кодификатору):***

Уравнения. Неравенства. Элементарное исследование функций. Основные элементарные функции.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| Найдите все значения а, при каждом из которых уравнение  имеет ровно три различных корня. | Найдите все значения а, при каждом из которых уравнение  имеет ровно один корень на отрезке [0; 2]. |
| **Процент выполнения 0,3%** | **Процент выполнения 0,8%** |

Задания высокого уровня сложности призваны выделить выпускников, в наибольшей степени овладевших содержанием учебного предмета, ориентированных на получение высшего профессионального образования в областях, связанных с математикой, то есть абитуриентов ведущих технических вузов.

Задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения. Наиболее распространенными из них являются:

– чисто алгебраический способ решения;

– способ решения, основанный на построении и исследовании геометрической модели данной задачи;

– функциональный способ, в котором могут быть и алгебраические, и геометрические моменты, но базовым является исследование некоторой функции.

Зачастую (но далеко не всегда) графический метод более ясно ведет к цели. Кроме того, в конкретном тексте решения вполне могут встречаться элементы каждого из трех перечисленных способов.

Критерии оценивания в 2017 году приведены в таблице.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен правильный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений *a*, отличающееся от искомого конечным числом точек | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений *a* | 2 |
| Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений *a* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *4* |

Хотя в УМК нового поколения включены специальные разделы, посвященные методам решения задач с параметром, задания такого типа по-прежнему могут быть отнесены к разряду трудно решаемых задач. К заданию № 18 приступало незначительное количество человек. В текущем году эту задачу решили менее 1% выпускников, но эта доля в 2,5 раза больше, чем в 2016 году. Почти треть обучающихся (32,1%) из группы 81–100 баллов успешно справились с заданием № 18. Часто решение проводилось с применением графического метода на плоскости x, a, но закончить решение не удавалось. Причинами отсутствия обоснованных решений являются отсутствие обобщенных знаний по школьному курсу математики, непонимание задач с параметрами, незнание методов решения таких задач.

Типичные ошибки:

* забывали про условия на аргументы логарифмов,
* делили уравнение на общий множитель, который тоже давал решение,
* не рассматривали случай совпадения корней,
* неверно отбирали единственный корень из указанного промежутка.

***Задание 19***

***Характеристика задания***

Задача, связанная со свойствами чисел.

***Требования (умения), проверяемые заданием № 19 (по кодификатору):***

Уметь строить и исследовать простейшие математические модели: моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

***Элементы содержания, проверяемые заданием № 19 (по кодификатору):***

Числа, корни и степени. Основы тригонометрии. Логарифмы. Преобразования выражений. ***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2016*** | ***Пример из КИМ-2017*** |
| На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа а и b, записанные на доске, заменяются на два числа: или а + b и 2а – 1, или а + b и 2b – 1 (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).  а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 15.  б) Может ли после 50 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 100?  в) Сделали 2015 ходов, причем на доске никогда не было одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел? | Каждый из 28 студентов или писал одну из двух контрольных работ, или писал обе контрольные работы. За каждую работу можно было получить целое число баллов от 0 до 20 включительно. По каждой из двух контрольных работ в отдельности средний балл составил 15. Затем каждый студент назвал наивысший из своих баллов (если студент писал одну работу, то он назвал балл за неё). Среднее арифметическое названных баллов оказалось равно S.  а) Приведите пример, когда S < 15.  б) Могло ли оказаться, что только два студента писали обе контрольные работы, если S = 13?  в) Какое наименьшее количество студентов могло писать обе контрольные работы, если S = 13? |
| **Процент выполнения 0,6%** | **Процент выполнения 0,2%** |

Для успешного выполнения задания 19 необходимо уметь осуществлять поиск решения, выбирая различные подходы из числа известных, модифицируя изученные методы. Содержательно задание № 19 проверяет в первую очередь не уровень математической (школьной) образованности, а уровень математической культуры. Вопрос формирования соответствующей культуры — вещь деликатная и, в целом, формируемая на протяжении нескольких лет.

В то же время, изменения в формате ЕГЭ связаны, в частности, с тем, что это задание по своему тематическому содержанию стало элементарнее, а для его решения достаточно простейших сведений. По этой причине, например, в ЕГЭ–2015 даже в весьма средней группе с первичным баллом от 11 до 14 положительные баллы за выполнение такого задания получили 7,2% участников, т.е. оно перестало отпугивать выпускников.

В связи этим хотелось бы подчеркнуть, что никаких фактов из теории чисел (теорема Вильсона, числа Мерсенна, малая теорема Ферма, теория сравнений и т.п.) для решения этих заданий не требуется. Тот, кто эти факты знает, разумеется, может их использовать, но при решении всегда можно обойтись и без них.

Условия задания № 19 разбиты на пункты. По существу, задача разбита на ряд подзадач (частных случаев), последовательно решая которые можно в итоге справиться с ситуацией в целом. Как правило, решение п. *а* весьма несложно и использует умение сконструировать некоторый конкретный пример. В соответствии с таким делением условий критерии, начиная с 2011 года, стали более формализованными. Их текст практически никак не использует тематическую или содержательную фабулу конкретной задачи.

Критерии оценивания в 2017 году приведены в таблице.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты | 4 |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов | 3 |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов | 2 |
| Верно получен один из следующих результатов:  — обоснованное решение п. *а*;  — пример в п. *б*;  — искомая оценка в п. *в*;  — пример в п. *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |

Выпускники 2016 года решили эту задачу несколько лучше, чем в 2015 году, — 10 человек получили максимальный балл. В 2017 году только двое из каждой тысячи писавших работу справились с заданием 19. Все выпускники, получившие максимальный балл за задание 19, находятся в группе обучающихся, набравших за экзамен более 80 баллов. Таких учеников в данной группе 14,3%.

Задание № 19 олимпиадного характера по сравнению с прошлыми годами не вызвало массовый интерес в пункте a. Решения демонстрировали нарушение логики рассуждений, в большинстве работ встречались только ответы, неполные обоснования доказываемых утверждений. Часто забывали проверить условие о том, что среднее арифметическое баллов по каждой контрольной работе должно было быть равно указанному в условии задачи значению.

Конечно, не каждому школьнику под силу такое задание, однако подготовка к выполнению этого задания для одаренных учеников должна проводиться индивидуально на протяжении изучения всего курса школьной математики с привлечением их к участию в математических олимпиадах различного уровня, занятиям в математических кружках, сезонных математических школ.

**ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ**

Анализ данных о результатах выполнения заданий ЕГЭ 2017 года по математике (профильный уровень) показывает, что контрольные измерительные материалы в целом соответствуют целям и задачам проведения экзамена, позволяют дифференцировать выпускников с различной мотивацией и уровнем подготовки по ключевым разделам курса математики на базовом и профильном уровне.

* Всего единый государственный экзамен по математике (профильный уровень) сдавали 1695 человек, из них 1549 выпускников средних общеобразовательных организаций.
* Доля выпускников, не преодолевших минимальный порог (27 баллов), составила 13,4%, что ниже почти на 3%, чем в 2016 году.
* Результаты ЕГЭ 2017 года показали, что 26,8% выпускников демонстрируют высокий и повышенный уровни математической подготовки (набрали более 60 баллов), которые позволяют обеспечить успешность обучения в вузе. Таким образом, эти выпускники освоили основные разделы школьного курса математики, овладели базовыми математическими компетенциями, необходимыми в обычной жизни и для продолжения образования по выбранному профилю.
* Выпускники, которые получили наивысшие баллы за экзамен, в основном являются представителями общеобразовательных учреждений повышенного статуса или городских школ.
* Анализ результатов единого государственного экзамена 2017 года позволяет констатировать, что используемые контрольные измерительные материалы позволяют получить объективную картину состояния математической подготовки выпускников, сдававших экзамен, и осуществить дифференциацию экзаменуемых по уровню и качеству их подготовки для проведения вступительных испытаний и зачисления в учреждения среднего и высшего профессионального образования.
* Наблюдаемая тенденция некоторого активного решения выпускниками части 2 в 2017 году обусловлена в значительной степени тем, что они были мотивированы на продуктивную подготовку к экзамену. На результаты экзамена также повлиял и тот факт, что в течение учебного года ученики и учителя имели доступ к Открытому банку задач, что помогло организовать целенаправленную подготовку учащихся к экзамену.
* Проблемы в математическом образовании выпускников, не набравших минимального балла, во многом связаны с плохим освоением курса основной школы. На уровне образовательных организаций следует уделять больше внимания своевременному выявлению учащихся, имеющих слабую математическую подготовку, диагностике доминирующих факторов их неуспешности, активному повторению изученного на этапе основного общего образования.
* Анализ итогов ЕГЭ 2017 года показывает, что недостаток вычислительной культуры не только сказывается на выполнении заданий по алгебре, но и приводит к неверным ответам в других заданиях части 1 и потере баллов за выполнение заданий части 2. Учителям следует обратить внимание на отработку безошибочного выполнения тождественных преобразований и вычислений (в том числе на умение найти ошибку) практически всеми группами обучающихся.

Как и в предыдущие годы, выпускники 2017 года в целом показали невысокие результаты при решении геометрических задач повышенного уровня. Многие учащиеся вообще не приступают к решению геометрических задач не только повышенного уровня, но и базового. Эти результаты отражают ситуацию, сложившуюся в школе, которая была явно неблагоприятна по отношению к изучению геометрии в течение многих лет и пока существенной положительной динамики не наблюдается.

ГАУ РК «ЦОКО» выражает благодарность доценту, заведующей кафедрой теории и методики начального образования Института педагогики и психологии федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Петрозаводский государственный университет» Смирновой Светлане Иосифовне за представленный анализ по содержанию заданий.